Nachtermin 2001

1.1 $f_k(x)=\dfrac{(x+1)(x-1)}{2(x-2)(x-k)}$ mit i. A. : zwei (einfache) NST $x_{1/2}=\pm 1$

1. SF: $k=-1$: Nur eine NST bei $x_1 = 1$
2. SF: $k = 1$: Nur eine NST bei $x_2 = -1$

Waagrechte Asymptote: $y = ½$.
Senkrechte Asymptote: $x = 2$, beide unabhängig von k.
(Die dritte, senkrechte Asymptote $x = k$ ist nicht unabhängig von k.)

1.2 $f_1(x)=\dfrac{(x+1)}{2(x-2)}$ und $\lim\limits_{x\to 1} f_1(x)=\dfrac{(1+1)}{2\cdot(1-2)}=-1$

Der Graph ist an der Stelle $x_0=1$ stetig fortsetzbar (keine Polstelle).

1.3.1 $f'(x)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{(x-2)^2\cdot 2x-(x^2-1)\cdot 2(x-2)}{(x-2)^4}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2(x-2)\left(x^2-2x-x^2+1\right)}{(x-2)^4}=\dfrac{1-2x}{(x-2)^3}$

$f''(x)=\dfrac{(x-2)^3\cdot(-2)-(1-2x)\cdot 3(x-2)^2}{(x-2)^6}=\dfrac{(x-2)^2\left(-2x+4-3+6x\right)}{(x-2)^6}=\dfrac{1+4x}{(x-2)^4}$

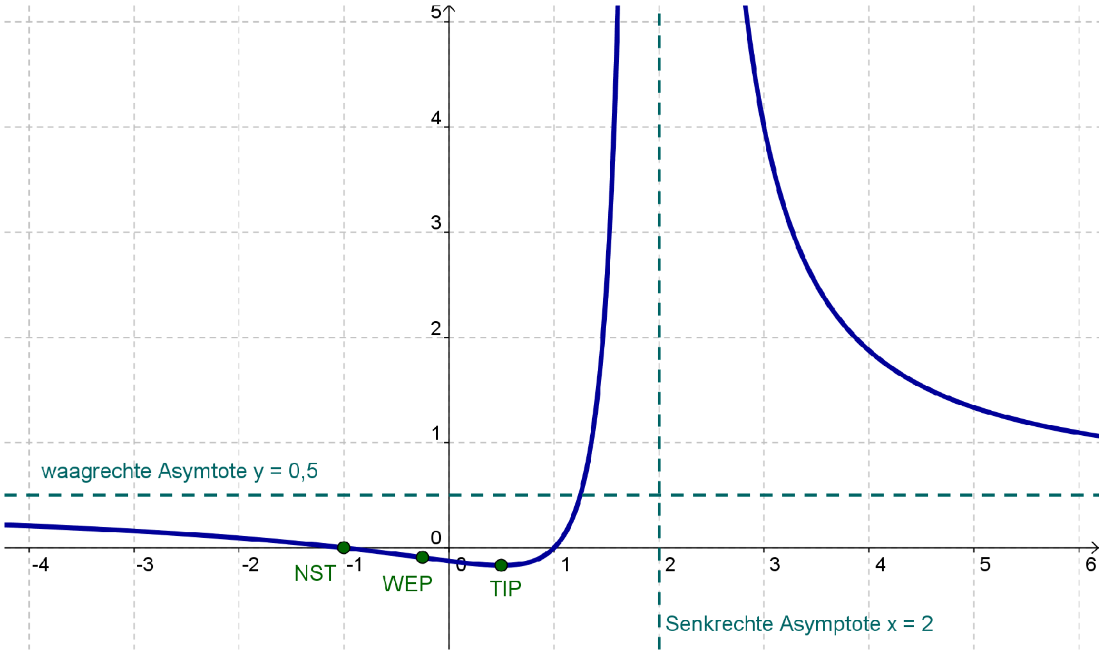
$f'(x)=0\Rightarrow 1-2x=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

$f''(\frac{1}{2})=\dfrac{1+2}{(?)^4}>0;\quad f(\frac{1}{2})=-\frac{3}{2}\qquad\Rightarrow \mathrm{TIP}(\frac{1}{2}\,|-\frac{1}{6})\approx \mathrm{TIP}(0{,}5\,|-0{,}17)$

$f''(x)=0\Rightarrow 1+4x=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}$ (einf. NST m. VZW)

$f(-\frac{1}{4})=-\frac{3}{10}\quad\Rightarrow \mathrm{WEP}(-\frac{1}{4}\,|-\frac{3}{10})$

1.3.2



2.1 $x \to -4: g(x) \to$ „$8 + 3\cdot\ln(0)$“ $\to$ „$8 - \infty$“ $\to -\infty$

$x \to \infty \;:\; g(x) \to$ „$8 + 3\cdot\ln(\infty)$“ $\to$ „$8 + \infty$“ $\to \infty$

2.2 $g'(x) = x + \dfrac{3}{x+4} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(x+4)+3}{x+4} = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x+1) = 0$

$x_1 = -3$ und $x_2 = -1$ jeweils einfache NST mit VZW.

VZ von $g'(x)$ entspricht dem VZ des Zählers ($x + 4 > 0$!), also einer nach oben offenen Parabel

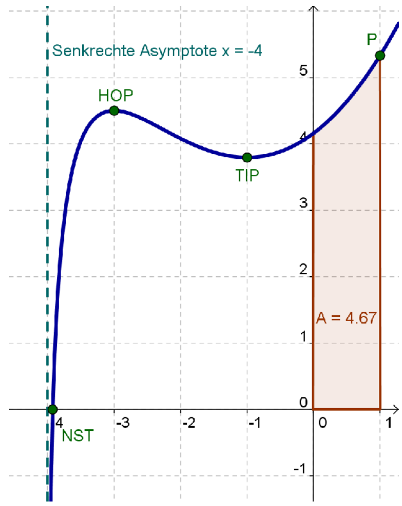
g ist sms für $x \in]-4;-3]$; smf für $x \in [-2;-1]$; sms für $x \in [-1;-\infty[$

$g(-3) = 4{,}5 \Rightarrow HOP(-3|4{,}5)$ $g(-1) = 0{,}5 + 3\ln(3) \Rightarrow TIP(-1|0{,}5 + 3\ln(3)) \approx TIP(-1|3{,}8)$

2.3 Wegen Grenzwert für $x \to -4$, $y_{HOP} > 0$ und Monotonie gibt es genau eine NST in $]-4;-3]$

$x_0 = -3{,}9$	$g(-3{,}9) \approx 0{,}9723$	$g'(-3{,}9) = -42{,}9$
$x_1 \approx -3{,}9227$	$g(-3{,}9227) \approx 0{,}0136$	$g'(-3{,}9227) = 34{,}8771$
$x_2 \approx -3{,}9231$	$g(-3{,}9231) \approx 0{,}0004$	$g'(-3{,}9231) = 35{,}0886$
$x_3 \approx -3{,}9231$		

2.4 $g(1) \approx 5{,}3$



$H(x) = \int \ln(x+4)\,dx = (x+4)\cdot\ln(x+4) - x + C$

2.5 $\Rightarrow H'(x) = 1\cdot(x+4) + (x+4)\cdot\frac{1}{x+1} - 1 = x + 4 + 1 - 1 = x + 4$

2.6 $A = \int_0^1 g(x)dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{2}x^2 + 3\cdot\ln(x-4)\right)dx = \left[\frac{1}{6}x^3 + 3\cdot H(x)\right]_0^1 = \left[\frac{1}{6}x^3 + 3\cdot\left((x+4)\cdot\ln(x+4) - x\right)\right]_0^1 =$

$= \left(\frac{1}{6} + 15\cdot\ln(5) - 3\right) - 12\cdot\ln(4) \approx 4{,}672$ [FE]

3.1 $y_1 = 1000 + 10m = 2000 \Leftrightarrow m = 100$

$y_2 = 1000\cdot e^{10k} = 2000 \Leftrightarrow e^{10k} = 2 \Leftrightarrow k = 0{,}1\cdot\ln(2)$

3.2 $d(x) = y_1 - y_2 = 1000 + 100x - 1000\cdot e^{0{,}1\cdot\ln(2)\cdot x}$

$d'(x) = 0 \Rightarrow 100 - 1000\cdot 0{,}1\cdot\ln(2)\cdot e^{0{,}1x\cdot\ln(2)} = 100\cdot(1 - \ln(2)\cdot e^{0{,}1x\cdot\ln(2)}) = 0$

$\Leftrightarrow e^{0{,}1x\cdot\ln(2)} = \frac{1}{\ln(2)} \Leftrightarrow 0{,}1x\cdot\ln(2) = \ln\left(\frac{1}{\ln(2)}\right) \Leftrightarrow x = \dfrac{10\cdot\ln\left(\frac{1}{\ln(2)}\right)}{\ln(2)} \approx 5{,}288$